Шифр:

С-17

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
математика
2018/2019
Ленинградская область

Район Гатчинский

Школа Лицей №3

Класс 11-1

ФИО Ломакин Артемий Сергеевич

Чистовик С-17

1	2	3	4	5	Σ
7	7	0	x	x	14

№1.

Пусть рыцарей 10, тогда [illegible] одни~~н~~ из них загадал число большее 10, но во второй раз ему бы пришлось сказать, что его число меньше 10, либо 9, либо 8, либо и т.д., либо 1. А рыцари говорят только правду, отсюда он бы соврал, значит 10 рыцарей быть не может.

Пусть рыцарей 9, тогда один из них загадал число большее 9 ~~(т.к. больше 10 загадать нельзя по выведоко законому)~~, т.е. число не меньшее 10, но во второй раз ему бы пришлось сказать, что его число меньше 10, либо 9, либо 8, либо и т.д., либо 1. Он бы соврал, а рыцари говорят только правду, значит 9 рыцарей быть не может.

Пример на 8 рыцарей (Р-рыцарь, Л-лжец).

кто	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	$Л_1$	$Л_2$
число, которое загадал	2	3	4	5	6	7	8	9	5	5

Сначала они сказали в таком порядке; во второй раз в ~~[illegible]~~ другом порядке: сначала два лжеца, потом по порядку от первого до восьмого рыцаря.

Ответ: 8 рыцарей.

Чистовик. С-17.

6	7	8	9	10	Σ
7	7	X	0	X	14

№11.6.

Обозначим эти четыре числа, как:
$a-1$, a, $a+1$, $a+2$.

1) Если $a \not\vdots 2$, то рассмотрим сумму трёх последних чисел: $a+(a+1)+(a+2)=3a+3=3(a+1)$. Эта сумма делится на 3 и на 2 (т.к. $a \not\vdots 2$, то $(a+1) \vdots 2$). Пусть она равна $3(a+1)=3\cdot 2\cdot n$, $n\in\mathbb{N}$. Заметим, что $n\neq 2$ и $n\neq 3$, $n\neq 1$, т.к. $(a+1)>100$ (если $n=2$, то $(a+1)=12$; если $n=3$, то $(a+1)=18$). Т.о. можно выбрать (при $a \not\vdots 2$) три числа, сумма которых представляется в виде произведения 3-ёх различн. нат. чисел

2) Если $a \vdots 2$, то рассмотрим сумму трёх первых чисел: $(a-1)+a+(a+1)=3a$. Эта сумма делится на 3 и на 2 (т.к. $a \vdots 2$). Пусть она равна $3a=3\cdot 2\cdot k$, $k\in\mathbb{N}$. Заметим, что $n\neq 2$ и $n\neq 3$, $n\neq 1$ т.к. $a>100$. Т.о. можно выбрать (при $a \vdots 2$) три числа, сумма которых представляется в виде произведения 3-ёх различных натуральных чисел, Ч.Т.Д.

Чистовик. С-17.

№11.9.

Пример при $m=15$.

день	1	2	3	...	14	15	16	17	18	...	28	29	30
кто пришёл	1	2	3	...	14	15	1, 2, 3, ..., 14, 15	2, 3, 4, ..., 14, 15	3, 4, 5, ..., 14, 15	...	13, 14, 15	14, 15	15

Номера во втором ряду обозначают номер ученика. Т.О. первый пришёл 2 раза, второй – 3, третий – 4, ..., 15 – 16 раз.

Ответ: $m=15$.

№11.7.

Докажу, что каждый следующий член последовательности меньше предыдущего, т.е. $x_n > x_{n+1}$. Составим разность: $x_{n+1} - x_n = 2^n\left(2\left(\sqrt[2^{n+1}]{a}-1\right) - \left(\sqrt[2^n]{a}-1\right)\right) =$

$$= 2^n\left(2\cdot\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1\right)-\left(a^{\frac{1}{2^n}}-1\right)\right) = 2^n\left(2\cdot\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1\right)-\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1\right)\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}+1\right)\right) =$$

$$= 2^n\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1\right)\left(1-a^{\frac{1}{2^{n+1}}}\right) = -2^n\left(a^{\frac{1}{2^{n+1}}}-1\right)^2.$$

Что, очевидно, меньше нуля. Отсюда $x_{n+1} - x_n < 0$, т.е. $x_n > x_{n+1}$. Значит данная последовательность убывает, ч.т.д.